EXERCICE 1

1. Soit $\alpha \in [0,\pi]$ tel que $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculer $\sin\alpha$ et $\text{cotg}\,\alpha$
2. Soit $x \in [0,\frac{\pi}{2}]$. Exprimer en fonction de sin(x) :

   $A = \sin(\frac{\pi}{2} - x) - 5\cos(-x + \frac{\pi}{2}) + 4\sin(\pi - x) + \cos(\pi - x)$.
3. Résoudre dans $[0,\pi]$; $\sqrt{2}\cos^2\alpha - (\sqrt{2}+1)\cos\alpha + 1 = 0$
4. Montrer que pour tout $\alpha \in]0,\pi[- \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, $\frac{1}{1+tg^2\alpha} + \frac{1}{1+\cot g^2\alpha} = 1$
5. On considère la fonction $f(x) = \sin^2 x - 2\cos(\pi - x) + \sin^2(\frac{\Pi}{2} - x)$ avec $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.
   a- Montrer que f(x) = 1 + 2cos x
   b- En déduire $f(\frac{\Pi}{6})$ et $f(\frac{\Pi}{3})$
   c- Pour quelle valeur de x a – t – on f(x) = 1

EXERCICE 2

Soit la fonction f définie sur $[0,\pi]$ par $f(\alpha) = -2\sin^2\alpha - 7\cos\alpha + 8$

1. Calculer $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
2. Calculer $f(\pi - \alpha)$ en fonction de $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$.
3. posons x $\in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$. Calculer $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ en fonction de cosx et sinx.
4. Ecrire f(α) sous la forme d'un trinôme du second degré en fonction de $\cos\alpha$
5. Résoudre dans $[0,\pi]$; $2\cos^2\alpha - 7\cos\alpha + 6 = 0$
6. Montrer que les expressions A et B sont indépendantes de α.

   $A = \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + 2\cos^2\alpha$

   $B = (a\cos\alpha - b\sin\alpha)^2 + (b\cos\alpha + a\sin\alpha)^2$ avec a, b ∈ IR

EXERCICE 3

1. Calculer en fonction de tg x (et lorsque l'expression est définie) :

   $$A = tg(\pi - x) - tg\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos^2\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$
2. Montrer que, pour tout $\alpha \in [0,\pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$: $(1 + tg(\alpha))^2 + (1 - tg(\alpha))^2 = \frac{2}{\cos^2(\alpha)}$
3. Montrer que $\cos^4(x) - \sin^4(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
4. Simplifier : $A = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$

   B = sinx tgx + cosx

   $C = \frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x}$
5. Déterminer cos(x) et sin(x) sachant que tg(x)= 1
6. Soit x, y deux réels de l'intervalle $]0,\pi[$

   Montrer que : $\frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot g^2 x \cot g^2 y = -1$